

# Optimisation Discrète

Adrian Bock

Semestre de printemps 2011

Série SAGE

12 mai 2011



La **BAS** (Banque de l'Arbitrage Suisse) s'est spécialisée dans la Bourse des devises. En particulier, elle a engagé plusieurs opérateurs de marché pour maximiser le bénéfice. Or, les affaires de BAS n'atteignent plus les montants d'avant la crise financière en 2008. Le PDG de BAS a l'impression que l'expertise (ou la chance) de ses employés n'est plus suffisante pour rendre le commerce profitable. Il cherche donc des experts en optimisation qui peuvent l'aider.

Son idée est d'exploiter l'*arbitrage*, une opération financière assurant un gain positif ou nul de manière certaine. Il s'agit de profiter de l'écart temporaire de prix entre les taux de change d'une devise afin de transformer une unité d'une devise en plus d'une unité de la même monnaie. Par exemple, supposons que 1 CHF achète 46.4 Roupie indienne (INR), 1 INR achète 2.5 Yen japonais, et 1 Yen japonais achète 0.0091 CHF. En changeant de la monnaie, un opérateur de marché peut commencer avec 1 CHF et acheter  $46.4 \times 2.5 \times 0.0091 = 1.0556$  CHF, donc obtenir un profit de 5.56 pour cent.

Supposons que vous êtes embauché comme consultant pour implémenter un programme qui optimise les affaires de BAS, c'est-à-dire que votre programme trouve des arbitrages et les utilise pour maximiser le gain.

Formellement, on vous donne  $n$  devises  $c_1, c_2, \dots, c_n$  et un tableau  $R$  de taille  $n \times n$  de taux de change tel qu'une unité de la devise  $c_i$  achète  $R[i, j]$  unités de la devise  $c_j$ . Donner un algorithme et une implémentation très efficace pour la décision d'un opérateur de marché. En d'autres termes, trouver une suite  $c_{i_1}, c_{i_2}, \dots, c_{i_k}$  de monnaie (si elle existe) telle que

$$R[i_1, i_2] \cdot R[i_2, i_3] \cdots R[i_{k-1}, i_k] \cdot R[i_k, i_1] > 1$$

L'interface du programme est `def arbitrage(n,R)` pour un nombre  $n$  de devises et une matrice  $R$  de taille  $n \times n$ . Le programme doit retourner une suite des devises, c-à-d une liste de nombres.

*Indication* : Utiliser l'exercice 4 de la série 11 !

Remarque générale :

Pour obtenir deux points bonus pour l'évaluation finale, vous pouvez rendre une solution à l'exercice SAGE sur <http://disoptsrv1.epfl.ch/opt11/> et une version écrite dans le bureau MA C1 563 avant la fin du semestre (**1 juin**). Des instances de test seront disponibles sur le site web du cours.

**Le rendu peut être fait en groupe de trois personnes au plus.**